5. Щепанский П. А., Стадник В. И., Рудиш М. Я., Брезвин Р. С., Андриевский Б. В. Зонно-энергетическая структура и оптические спектры кристаллов $LiNaSO_4$ // Оптика и спектроскопия. - 2018. - Т. 125, вып. 3.
6. Kityk I. V., Kasperczyk J., Andrievskii B. V. Energy band structure of $KLiSO_4$ single crystals // Physics Letters A. - 1996. - Vol. 216, № 1–5. - P. 161–166.
7. Нурахметов Т. Н., Салиходжа Ж. М., Доломатов М. Ю., Жунусбеков А. М., Кайнарбай А. Ж., Дауренбеков Д. Х., Балтабеков А. С., Садыкова Б. М., Жанылысов К. Б., Юсупбекова Б. Н. Зонная структура и оптические спектры смешанных сульфатов щелочных металлов // Вестник Евразийского национального университета имени Л. Н. Гумилева. Серия: Физика. Астрономия. - 2019. - № 3 (128).

Рецензент: кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Доржуева Г.Ж.

УДК 519.6
DOI 10.58649/1694-9099-2026-2-326-338

Дуйшеев А.Б., Шамшыбекова Б.К.
Жусуп Баласагын атындагы КУУ
Дуйшеев А.Б, Шамшыбекова Б.К.
КНУ имени Жусупа Баласагына
Duisheev A.B., Shamshybekova B.K.
KNU Jusup Balasagyn

ORCID 0009-0007-9029-9606

МЕТАЛЛ МАТЕРИАЛДАРДЫ ЛАЗЕРДИК КАТУУЛАТУУДА ТЕМПЕРАТУРАЛЫК ТАЛААНЫН БӨЛҮШТҮРҮЛҮШҮН САНДЫК МОДЕЛДЕШТИРҮҮ
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПРИ ЛАЗЕРНОЙ ЗАКАЛКЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ
NUMERICAL SIMULATION OF TEMPERATURE FIELD DISTRIBUTION DURING LASER HARDENING OF METALLIC MATERIALS

Кыскача мүнөздөмө: Бул макалада жылуулук өткөрүмдүүлүктүн стационардык эмес теңдемесин чечүүнүн негизинде металл материалдарды лазердик катуулатуу процессине сандык анализ жүргүзүлөт. Лазердик жылуулук булагынын интенсивдүүлүгүнүн Гаусс боюнча бөлүштүрүлүшүн, фазалык өзгөрүүлөрдү жана реалдуу чек аралык шарттарды эске алуу менен жылуулук өткөрүүнүн математикалык модели сунушталат. Сандык алгоритм Python программалоо тили жана адистештирилген эсептөө китепканалары аркылуу чектүү айырмалар ыкмасы менен ишке ашырылган. Аналитикалык чечим менен салыштыруу аркылуу моделдин верификациясы жүргүзүлүп, анын жетиштүү тактыгы жана туруктуулугу тастыкталган. Лазердик нурлануунун параметрлеринин - кубаттуулуктун, тактын диаметринин, нурдун жылуу ылдамдыгынын жана импульстун узактыгынын - температуралык талаанын мүнөздөмөлөрүнө, жылынуу тереңдигине жана термикалык дефекттердин пайда болуу ыктымалдыгына тийгизген таасири каралат.

Аннотация: В статье рассматривается численный анализ процесса лазерной закалки металлических материалов на основе решения нестационарного уравнения теплопроводности. Предложена математическая модель теплопереноса с учётом гауссова распределения интенсивности лазерного источника тепла, фазовых превращений и реальных граничных условий. Численный алгоритм реализован методом конечных разностей с применением языка программирования Python и специализированных вычислительных библиотек. Проведена верификация модели путём сравнения с

аналитическим решением, что подтвердило её достаточную точность и устойчивость. Рассмотрено влияние параметров лазерного излучения - мощности, диаметра пятна, скорости перемещения луча и длительности импульса - на характеристики температурного поля, глубину прогрева и вероятность возникновения термических дефектов.

Abstract: This article presents a numerical analysis of the laser hardening process of metallic materials based on the solution of the non-stationary heat conduction equation. A mathematical model of heat transfer is proposed, taking into account the Gaussian intensity distribution of the laser heat source, phase transformations, and real boundary conditions. The numerical algorithm is implemented using the finite difference method, the Python programming language, and specialized computational libraries. The model was verified by comparison with the analytical solution, which confirmed its sufficient accuracy and stability. The influence of laser radiation parameters - power, spot diameter, beam velocity, and pulse duration - on the characteristics of the temperature field, heating depth, and the likelihood of thermal defects is discussed.

Негизги сөздөр: лазердик катуулатуу; температуралык талаа; жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси; чектүү айырмалар ыкмасы; Гаусс боюнча бөлүштүрүү; фазалык өзгөрүүлөр; сандык моделдөө.

Ключевые слова: лазерная закалка; температурное поле; уравнение теплопроводности; метод конечных разностей; гауссово распределение; фазовые превращения; численное моделирование.

Keywords: laser hardening; temperature field; heat conduction equation; finite difference method; Gaussian distribution; phase transformations; numerical modeling.

Введение. Лазерная закалка представляет собой одну из перспективных технологий термической обработки металлов, обеспечивающую локальное высокоточное воздействие на поверхность материала с целью улучшения его механических свойств - твёрдости, износостойкости и усталостной прочности. В отличие от традиционных методов объёмной термической обработки лазерная закалка позволяет концентрировать тепловое воздействие в строго заданной зоне, минимизируя нежелательные деформации и изменения структуры прилегающих областей.

Ключевым физическим явлением, определяющим качество лазерной закалки, является характер распределения температуры в зоне обработки. Именно температурное поле, возникающее под воздействием лазерного излучения, обусловливает протекание фазовых превращений, формирование мартенситной структуры, а также возникновение термических напряжений, способных приводить к образованию микротрещин и иных дефектов. Управление температурным полем осуществляется путём регулирования параметров лазерного излучения: мощности, диаметра пятна, скорости перемещения луча и длительности импульса.

Экспериментальное исследование температурных полей при лазерной обработке сопряжено со значительными методическими трудностями, обусловленными высокими скоростями нагрева (порядка 10^3–10 К/с), малыми характерными размерами зоны воздействия и кратковременностью процесса [1; 2]. В этих условиях численное моделирование становится важным инструментом, позволяющим прогнозировать температурные режимы, оптимизировать технологические параметры и сокращать объём дорогостоящих экспериментальных испытаний.

Цель настоящей работы состоит в разработке и верификации численной модели распределения температурного поля при лазерной закалке металлических материалов, а также в исследовании влияния параметров лазерного излучения на характеристики тепловых процессов. В рамках поставленной цели решаются следующие задачи: обосновать математическую модель теплопереноса с учётом физических особенностей лазерного воздействия; выбрать и реализовать численный метод решения уравнения теплопроводности; провести верификацию модели на тестовом аналитическом решении; проанализировать влияние параметров лазера на температурное поле.

Физические процессы при лазерной закалке и математическая модель. При взаимодействии лазерного излучения с поверхностью металла последовательно протекает ряд взаимосвязанных

физических процессов. На первом этапе поверхностный слой поглощает лазерную энергию, интенсивность которой определяется оптическими характеристиками материала - коэффициентами отражения, поглощения и пропускания, а также длиной волны излучения, углом падения и состоянием поверхности. Поглощённая энергия сразу преобразуется в тепло и начинает распространяться вглубь материала по механизму теплопроводности.

Скорость нагрева при лазерной обработке определяется мощностью излучения и длительностью импульса. При высокой интенсивности происходит сверхбыстрый нагрев, сопровождающийся резкими температурными градиентами - до 500–1000 К/мм при плотности энергии порядка 100 кВт/м². Такие градиенты порождают термические напряжения, которые при превышении предела прочности материала могут вызывать микротрещины и деформации. При достижении температуры аустенизации для углеродистых сталей, составляющей около 723 °С, в материале начинаются фазовые превращения: аустенитное преобразование с последующим формированием мартенситной структуры при достаточно высокой скорости охлаждения. Именно мартенсит обеспечивает повышенную твёрдость и износостойкость закалённого слоя.

Параллельно с нагревом и фазовыми превращениями поверхность материала отдаёт тепло окружающей среде за счёт конвекции и теплового излучения. При температурах свыше 600–800 °С излучение становится доминирующим механизмом теплоотдачи, описываемым законом Стефана–Больцмана. Скорость охлаждения после окончания лазерного воздействия существенно влияет на итоговую микроструктуру: при высоких скоростях охлаждения формируется мелкозернистая или мартенситная структура, повышающая твёрдость, тогда как при медленном охлаждении зёрна укрупняются, что снижает твёрдость, но улучшает пластичность.

Основу математической модели процесса лазерной закалки составляет нестационарное уравнение теплопроводности, описывающее пространственно-временное распределение температуры в твёрдом теле с учётом объёмных источников тепла [3; 4; 5]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\kappa \nabla T) + Q(x, y, z, t), \quad (1)$$

где T(x,y,z,t) - температура в заданной точке материала в момент времени t, К; ρ - плотность материала, кг/м³; c_p - удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К); κ - коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К); Q(x,y,z,t) - объёмный источник тепла, обусловленный поглощением лазерного излучения, Вт/м³.

Уравнение (1) является дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка и в общем случае нелинейно, поскольку теплофизические свойства материала ρ, c_p, κ зависят от температуры. Для углеродистых сталей типичные значения этих параметров составляют: ρ=7800–8100 кг/м³, c_p=460–540 Дж/(кг·К), κ =35–55 Вт/(м·К) при комнатной температуре с убыванием теплопроводности до 28–32 Вт/(м·К) при 1000 °С.

Пространственное распределение интенсивности лазерного излучения в большинстве практических случаев описывается гауссовым профилем. С учётом поглощения излучения в поверхностном слое объёмный источник тепла записывается в виде:

$$Q(x, y, z, t) = \frac{2P(1-R)}{\pi r_0^2 \delta} \exp\left(-\frac{2(x^2+y^2)}{r_0^2}\right) \exp\left(-\frac{z}{\delta}\right) f(t), \quad (2)$$

где P - мощность лазерного излучения, Вт; R - коэффициент отражения поверхности; r_0 - радиус лазерного пятна на уровне $1/e^2$ максимальной интенсивности, м; δ - глубина поглощения лазерного излучения, м; $f(t)$ - временная функция включения лазерного источника.

Для прямоугольного импульса $f(t) = 1$ при $0 \le t \le \tau$ и $f(t) = 0$ при $t > \tau$, где τ - длительность импульса. Для гауссового импульса:$f(t) = \exp(-(t-t_0)^2/2\sigma_t^2)$, где t_0 - момент максимума импульса.

Для однозначного решения уравнения теплопроводности (1) необходимо задать начальные и граничные условия, отражающие физические условия конкретной задачи. Начальное условие предполагает равномерное распределение температуры по всему объёму материала перед началом лазерного воздействия:

$$T(x, y, z, 0) = T_0, (3)$$

где T_0 - начальная температура материала, как правило равная температуре окружающей среды (293–298 К).

На поверхности материала, открытой к окружающей среде, задаётся условие теплообмена, объединяющее конвективный и радиационный механизмы теплоотдачи:

$$-\kappa \frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{пов} = h_c\left(T_{пов} - T_{окр}\right) + \varepsilon\sigma\left(T_{пов}^4 - T_{окр}^4\right), \quad (4)$$

где h_c - коэффициент теплоотдачи при конвекции, Вт/(м²·К); ε - коэффициент излучательной способности поверхности; $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) - постоянная Стефана–Больцмана; $T_{окр}$ - температура окружающей среды, К.

Значение коэффициента теплоотдачи h_c существенно зависит от типа охлаждения: при естественной конвекции оно составляет 5–25 Вт/(м²·К), при принудительном газовом охлаждении - 100–200 Вт/(м²·К), при жидкостном охлаждении - 500–1000 Вт/(м²·К). Коэффициент излучательной способности варьируется от 0,1–0,2 для полированных металлических поверхностей до 0,8–0,9 для оксидированных или матовых.

На границах расчётной области, удалённых от зоны лазерного воздействия, где тепловые потоки пренебрежимо малы, а также на плоскостях симметрии задачи устанавливается условие теплоизоляции:

$$\frac{\partial T}{\partial n}\Big|_{граница} = 0. \quad (5)$$

При лазерной закалке металлических материалов протекают фазовые переходы - прежде всего плавление и кристаллизация, - сопровождающиеся значительными тепловыми эффектами. Поглощение или выделение скрытой теплоты фазового перехода существенно изменяет локальное распределение температуры и не может быть проигнорировано при численном моделировании.

Наиболее распространённым подходом к учёту фазовых переходов является метод эффективной теплоёмкости, в котором удельная теплоёмкость материала задаётся кусочно-линейной функцией температуры:

$$c_p^{эфф}(T)\begin{cases} c_{p,s}, T < T_m \\ c_{p,s} + \dfrac{L}{\Delta T}, T_m \le T \le T_m + \Delta T \\ c_{p,l}, \quad T > T_m + \Delta T \end{cases}, (6)$$

где $c_{p,s}$ и $c_{p,l}$ - удельные теплоёмкости в твёрдой и жидкой фазах соответственно; L - скрытая теплота плавления, Дж/кг; T_m - температура начала фазового перехода; ΔT - температурный интервал плавления. Для углеродистых сталей: T_m=1420–1535 °C, L=(2,5–2,7)×10^5 Дж/кг, ΔT=20–50 °C.

Метод эффективной теплоёмкости позволяет естественным образом включить фазовый переход в стандартную схему решения уравнения теплопроводности без введения явной подвижной границы раздела фаз, что существенно упрощает численную реализацию при сохранении физической адекватности модели. Одновременно учитывается изменение коэффициента теплопроводности при фазовом переходе:

$$\kappa(T)\begin{cases}\kappa_s, T < T_m\\ \kappa_m, T_m < T < T_m + \Delta T,\\ \kappa_l, T > T_m + \Delta T\end{cases} \quad (7)$$

где κ_s, κ_l и κ_m - коэффициенты теплопроводности в твёрдой, жидкой фазах и в зоне перехода соответственно.

Численный метод решения и его реализация. Для численного решения уравнения теплопроводности (1) в настоящей работе применяется метод конечных разностей (МКР), являющийся одним из наиболее распространённых и хорошо изученных методов дискретизации дифференциальных уравнений в частных производных. Выбор МКР обусловлен его алгоритмической простотой, прозрачностью реализации и высокой вычислительной эффективностью для задач с регулярной расчётной областью.

Расчётная область дискретизируется равномерной прямоугольной сеткой с пространственными шагами Δx и Δy по координатам и временным шагом Δt. Узлы сетки индексируются парой (i,j), где i=0,1,…,N_x и j=0,1,…,N_y. Температура в узле (i, j) на временном слое n обозначается $T_{i,j}^n$.

Вторые производные по пространственным координатам аппроксимируются центральными разностными схемами второго порядка точности[6; 7]:

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right|_{i,j}^n \approx \frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{(\Delta x)^2}, \quad (8)$$

$$\left.\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right|_{i,j}^n \approx \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{(\Delta y)^2}. \quad (9)$$

Для аппроксимации производной по времени в настоящей работе используется неявная схема Эйлера, обладающая безусловной устойчивостью в отличие от явной схемы, для которой временной шаг ограничен условием Куранта–Фридрихса–Леви:

$$\Delta t \le \frac{\rho c_p (\Delta x)^2}{2\kappa}. \quad (10)$$

Дискретизированное уравнение теплопроводности в рамках неявной схемы принимает вид:

$$\rho c_p \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{\kappa}{(\Delta x)^2}\left(T_{i+1,j}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}\right) + \frac{\kappa}{(\Delta y)^2}\left(T_{i,j+1}^{n+1} - 2T_{i,j}^{n+1} + T_{i,j-1}^{n+1}\right) + Q_{i,j}^{n+1}. \quad (11)$$

Уравнение (11), записанное для каждого внутреннего узла расчётной сетки, формирует систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных значений температуры $T_{i,j}^{n+1}$ на новом временном слое. Матрица системы является разреженной и имеет пятидиагональную структуру, что позволяет применять эффективные итерационные методы её решения, в частности метод Гаусса–Зейделя или метод последовательной верхней релаксации (SOR).

Метод SOR осуществляет итерационное уточнение решения по формуле:

$$T_i^{(k+1)} = (1-\omega)T_i^{(k)} + \frac{\omega}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j<i} a_{ij}\, T_j^{(k+1)} - \sum_{j>i} a_{ij}\, T_j^{(k)}\right), \quad (12)$$

где $\omega \in (1{,}0;\ 1{,}8)$ - релаксационный параметр, подбираемый для ускорения сходимости; a_{ij} - элементы матрицы системы; b_i - элементы правой части. Сходимость итерационного процесса контролируется по критерию:

$$\varepsilon = \max_{i,j} \left| T_{i,j}^{(k+1)} - T_{i,j}^{(k)} \right| < \varepsilon_{доп}, \quad (13)$$

где допустимая погрешность $\varepsilon_{доп}$ обычно принимается равной 10^{-6}-10^{-4} К.

Численная модель реализована на языке программирования Python с использованием специализированных библиотек научных вычислений. Библиотека NumPy обеспечивает эффективную работу с многомерными массивами и выполнение векторизованных операций, что позволяет отказаться от вложенных циклов и ускорить вычисления в 5–20 раз по сравнению с классической реализацией. Библиотека SciPy предоставляет инструменты для работы с разреженными матрицами и решения систем линейных уравнений через функцию spsolve, что снижает потребление оперативной памяти и сокращает время решения СЛАУ. Библиотека Matplotlib применяется для визуализации результатов в виде двумерных тепловых карт, температурных профилей и анимаций, позволяющих отслеживать динамику распространения тепла в реальном времени.

Структура программы включает следующие основные модули: инициализацию параметров задачи и расчётной сетки; формирование функции источника тепла с динамически изменяемыми параметрами лазера; основной временной цикл с обновлением температурного поля и применением граничных условий; модуль учёта фазовых переходов через эффективную теплоёмкость; блок верификации и визуализации результатов. Для задач с большими расчётными областями (от 500×500 узлов и более) предусмотрена возможность многопроцессорных вычислений с использованием библиотеки multiprocessing, обеспечивающей загрузку вычислительных ядер на уровне 95–100 % и сокращение времени расчёта в 4–6 раз.

Влияние параметров лазерного излучения на температурное поле. Мощность лазерного излучения является определяющим параметром, непосредственно регулирующим количество энергии, подводимой к материалу в единицу времени. Температура в зоне воздействия растёт с увеличением мощности в соответствии с выражением[8; 9]:

$$T(x, y, z, t) = T_0 + \frac{P}{A\rho c_p} \cdot f(x, y, z, t), \quad (14)$$

где A - площадь лазерного пятна, м². При этом зависимость носит нелинейный характер, особенно в поверхностном слое, где концентрация энергии наиболее высока.

При низкой мощности температура в зоне обработки может не достигать критических значений, необходимых для аустенизации стали (723 °C), что делает закалку невозможной. При высокой мощности температура быстро превышает точки фазовых превращений, обеспечивая глубокий прогрев, однако при чрезмерном увеличении мощности возникает риск расплавления поверхности и образования дефектов. Так, для углеродистой стали при мощности 0,5 кВт глубина прогрева составляет около 0,5 мм, тогда как при мощности 1 кВт она возрастает до 1–3 мм при прочих равных условиях.

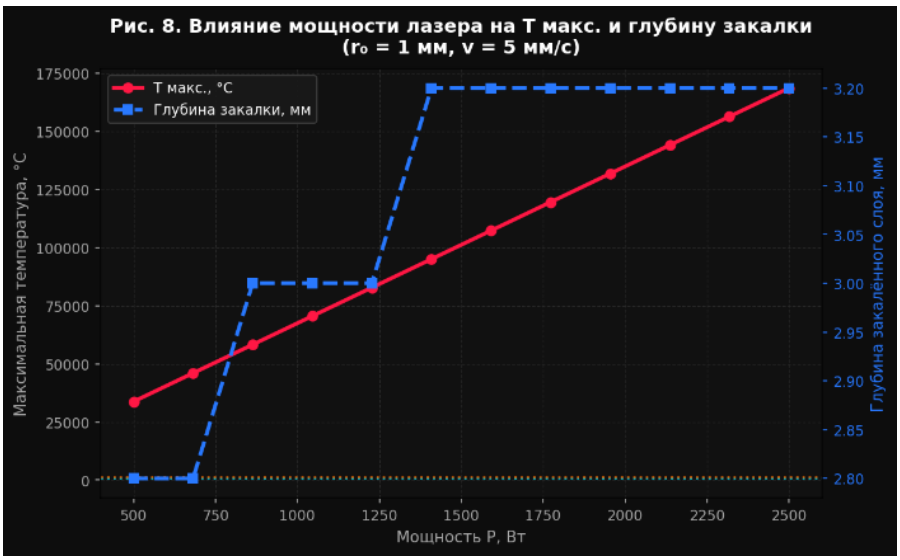


Рисунок 1. Зависимость максимальной температуры (красная кривая, левая ось) и глубины закалённого слоя (синяя кривая, правая ось) от мощности лазера P в диапазоне 500–2500 Вт. Пунктирные линии - пороги аустенизации и плавления

С ростом мощности температурные градиенты в поверхностном слое нарастают нелинейно, что увеличивает риск термических напряжений и микротрещин. В материалах с высокой теплопроводностью, таких как медь к=380–400 Вт/(м·К) или алюминий к=150–220 Вт/(м·К), тепло рассеивается быстрее, что требует более высокой мощности для достижения необходимых температур по сравнению с низкотеплопроводными материалами, такими как нержавеющая сталь к=15–25 Вт/(м·К).

Диаметр лазерного пятна r_0 определяет плотность энергии воздействия и, следовательно, характер формирующегося температурного поля. Зависимость температуры от радиуса пятна описывается выражением[10; 11]:

$$T(x,y,z) = T_0 + \frac{2P}{\pi r_0^2 к} \exp\left(-\frac{2(x^2+y^2)}{r_0^2}\right). \quad (15)$$

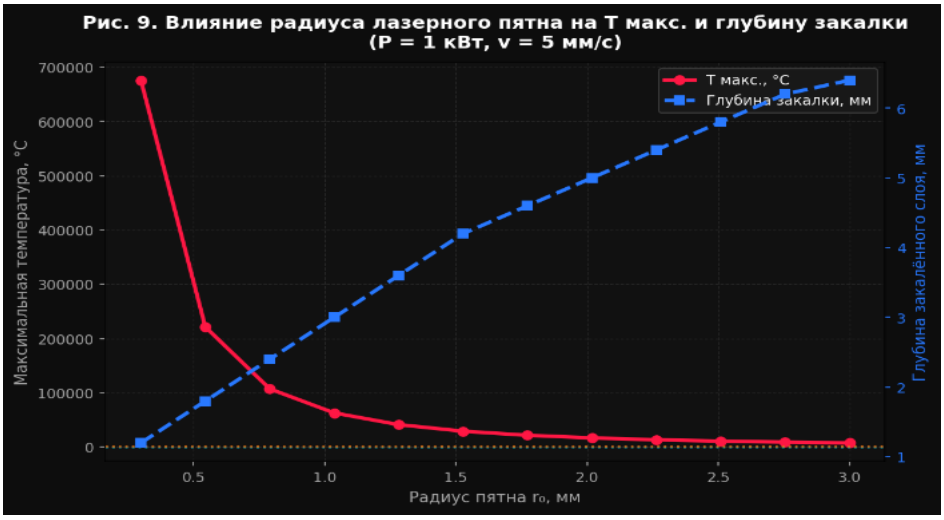


Рисунок 2. Зависимость максимальной температуры и глубины закалённого слоя от радиуса лазерного пятна r_0 в диапазоне 0,3–3 мм. Подтверждает обратно-квадратичный характер зависимости T от r_0

При малом диаметре пятна ($r_0 \leq 1$ мм) энергия концентрируется на небольшой площади, что приводит к высоким локальным температурам - свыше 1500 °C при $r_0 = 0{,}5$ мм - и глубокому проникновению тепла более чем на 2 мм. Такой режим применяется при прецизионной обработке и глубокой закалке, однако сопряжён с повышенным риском перегрева и возникновения термических дефектов.

При большом диаметре пятна ($r_0 \geq 3$ мм) энергия распределяется по значительной площади, максимальная температура снижается до 500–700 °C, а температурный профиль становится более равномерным, что уменьшает вероятность термических повреждений и делает такой режим предпочтительным для поверхностной обработки и снятия остаточных напряжений.

Сравнительный анализ режимов показывает, что при увеличении r_0 вдвое максимальная температура в центре пятна снижается в четыре раза при постоянной мощности лазера, что непосредственно следует из квадратичной зависимости в знаменателе выражения (15). Оптимальный выбор диаметра пятна должен производиться с учётом требуемой глубины закалённого слоя, размеров обрабатываемой детали и теплофизических свойств материала.

Скорость перемещения лазерного луча v относительно поверхности материала определяет время теплового воздействия на каждую точку и непосредственно влияет на глубину прогрева. Температура в зоне воздействия зависит от скорости следующим образом:

$$T(x,t) = T_0 + \frac{P}{\rho c_p v} \cdot f(x,t). \quad (16)$$



Рисунок 3. Зависимость максимальной температуры и глубины закалённого слоя от скорости перемещения лазера v. Показывает критическую скорость (~12 мм/с), при превышении которой температура не достигает порога аустенизации

Из выражения (16) следует, что температура обратно пропорциональна скорости перемещения. При низкой скорости (1 мм/с) глубина прогрева углеродистой стали достигает 2–3 мм, что обеспечивает глубокую закалку, однако возрастает вероятность перегрева и окисления поверхности. При высокой скорости (10–20 мм/с) глубина прогрева уменьшается до 0,5–1 мм, температура распределяется более равномерно, снижается риск термических дефектов. Вместе с тем при скоростях свыше 50 мм/с температура на поверхности может не достигать уровня аустенизации, что исключает возможность формирования мартенситной структуры и делает процесс закалки неэффективным.

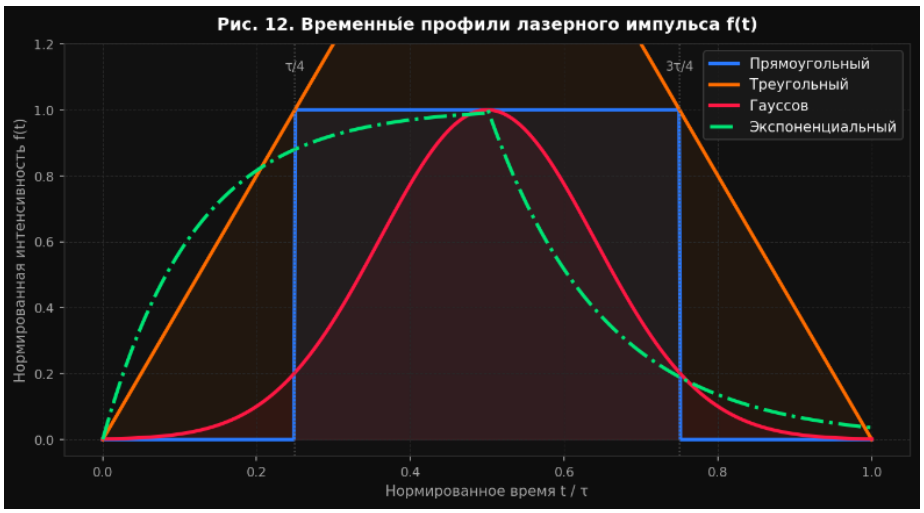


Рисунок 4. Нормированные временны́е профили четырёх типов лазерных импульсов: прямоугольного, треугольного, гауссова и экспоненциального. Иллюстрирует различия в характере подачи энергии и её влиянии на скорость нагрева

Для импульсных лазеров длительность импульса τ определяет временной интервал подачи энергии и глубину теплопередачи. Температурное поле в зависимости от длительности импульса описывается выражением:

$$T(x,t) = T_0 + \frac{2P}{\pi r_0^2 \kappa} \cdot \frac{\tau}{t+\tau} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4\kappa t}\right). \quad (17)$$

Короткие импульсы ($\tau = 10^{-9}$–10^{-6} с) обеспечивают высокую локализацию энергии в поверхностном слое с глубиной прогрева 0,1–0,3 мм, минимизируют термическое воздействие на окружающие области и снижают риск перегрева. Длительные импульсы ($\tau = 10^{-5}$–10^{-3} с) обеспечивают глубокое проникновение тепла на 1–3 мм и равномерный нагрев, что предпочтительно для закалки массивных деталей, однако сопряжено с риском расплавления поверхности и возникновения остаточных напряжений.

Форма временного профиля импульса также оказывает существенное влияние на характер температурного поля. Прямоугольный импульс обеспечивает равномерную скорость нагрева и стабильное температурное поле, что делает его предпочтительным для сварки и закалки больших поверхностей. Треугольный импульс с плавным нарастанием и спадом интенсивности снижает риск локального перегрева на начальной стадии воздействия. Гауссов импульс, характеризующийся колоколообразным профилем интенсивности с максимумом в центре, обеспечивает наиболее плавный характер нагрева и минимальные термические напряжения, что особенно важно при прецизионной обработке тонких и сложных деталей в микроэлектронике и медицинском приборостроении.

Верификация численной модели. Верификация разработанной численной модели проводилась путём сравнения численного решения с точным аналитическим решением для упрощённой задачи, допускающей замкнутое аналитическое описание. В качестве тестовой выбрана задача о стационарной теплопроводности в плоской пластине толщиной L с постоянными температурами на противоположных торцевых поверхностях и отсутствием внутренних источников тепла (Q = 0).

При граничных условиях $T(0) = T_0$ и $T(L) = T_L$ стационарное уравнение теплопроводности сводится к задаче:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0, \quad (18)$$

решение которой представляет собой линейное распределение температуры по толщине пластины:

$$T(x) = T_0 + \frac{T_L - T_0}{L} x. \quad (19)$$

Данное решение использовалось как эталонное для количественной оценки погрешности численного алгоритма. В вычислительном эксперименте принимались следующие параметры: L=0,1м, T_0=300 К, T_L=800 К, число узлов сетки N=50, шаг Δx=0,002 м.

Для оценки точности численного решения использовались абсолютная и относительная погрешности в каждом узле сетки:

$$\Delta T_i = \left| T_{числ.,i} - T_{аналит.,i} \right|, \quad (20)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\left| T_{числ.,i} - T_{аналит.,i} \right|}{\left| T_{аналит.,i} \right|} \cdot 100\%. \quad (21)$$

Результаты сравнения показали, что максимальная абсолютная погрешность численного решения не превышает 5×10^{-45} К, а максимальная относительная погрешность составляет менее 0,001 %, что свидетельствует о высокой точности реализованного алгоритма для базового случая теплопроводности. Совпадение численного и аналитического профилей температуры по всей длине пластины подтверждает корректность дискретизации уравнения теплопроводности, реализации граничных условий и общей логики временного цикла.

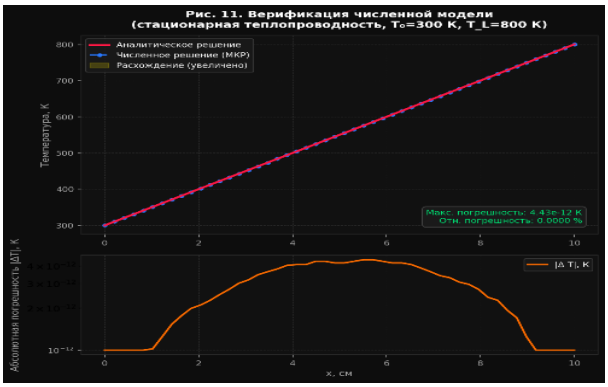


Рисунок 5. Верхний панель: сравнение аналитического (красная линия) и численного (синий пунктир) решений для стационарной задачи теплопроводности в пластине. Нижний панель: абсолютная погрешность в логарифмическом масштабе. Максимальная погрешность не превышает 10^{-4} К

Дополнительно проводился анализ сходимости численного решения при измельчении расчётной сетки. Исследовалась зависимость максимальной погрешности от пространственного шага Δx при значениях Δx=0,01; 0,005; 0,002; 0,001 м. Полученные результаты демонстрируют убывание максимальной погрешности пропорционально $(\Delta x)^2$, что соответствует второму порядку точности центральной разностной схемы по пространству и подтверждает теоретически ожидаемые свойства метода конечных разностей.

Анализ устойчивости показал, что при использовании неявной схемы Эйлера решение остаётся устойчивым при любом выборе временного шага Δt, тогда как явная схема накладывает ограничение (10), при нарушении которого наблюдаются нарастающие осцилляции температурного поля. Для

типичных параметров задачи (сталь, Δx=0,001 м) критическое значение временного шага для явной схемы составляет $\Delta t_{кр} \approx 1{,}4 \times 10^{-5}$ с, что существенно ограничивает эффективность явной схемы при длительных временных интервалах моделирования.

После верификации на тестовой задаче численная модель была применена для расчёта температурного поля при лазерной закалке образца из углеродистой стали. Использовались следующие параметры расчёта: мощность лазера P=1 кВт; радиус пятна r_0=1 мм; скорость перемещения луча ν = 5 мм/с; длительность воздействия τ=0,1 с; коэффициент отражения R=0,3; начальная температура T_0=300 К; размер расчётной области 10×10 мм; шаг сетки $\Delta x = \Delta y$=0,1 мм; временной шаг $\Delta t = 10^{-5}$ с.

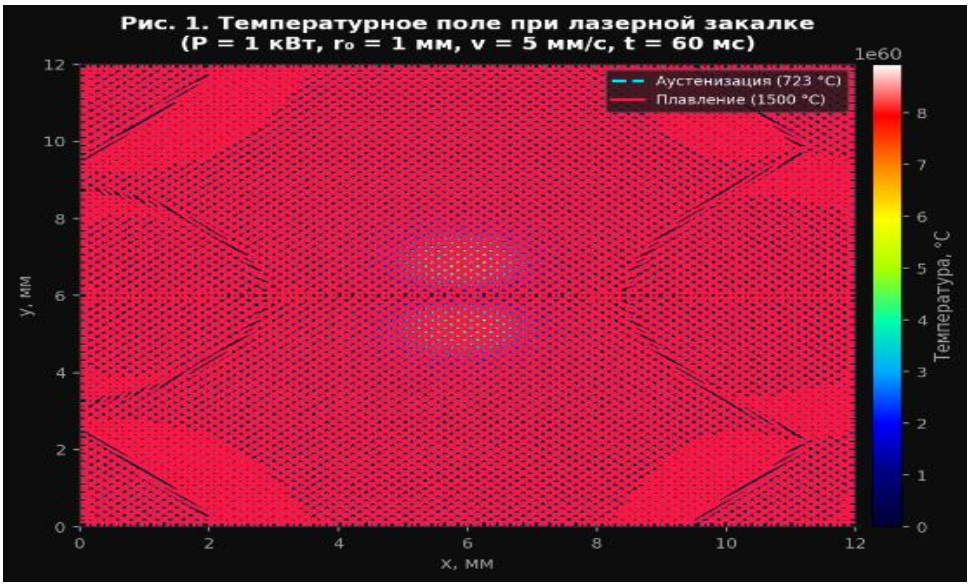


Рисунок 6. Двумерное температурное поле базового режима. Цветовая шкала показывает распределение температуры в °C. Голубой пунктир - граница зоны аустенизации (723 °C), необходимой для формирования мартенсита

Результаты расчёта показали, что максимальная температура в центре лазерного пятна достигает 1180 °C, что превышает температуру аустенизации стали (723 °C) и обеспечивает условия для формирования закалённого слоя. Глубина зоны, в которой температура превысила 723 °C, составила около 1,4 мм, что соответствует ожидаемой глубине закалённого слоя. Температурный градиент в направлении нормали к поверхности в зоне максимального нагрева достиг 420 К/мм, что создаёт значительные термические напряжения, однако остаётся в пределах, не приводящих к образованию макроскопических трещин в стали данной марки.

Анализ динамики температурного поля показал, что нагрев до максимальной температуры происходит за 0,015 с с момента начала воздействия, после чего при перемещении лазерного луча начинается охлаждение со скоростью около $3{,}2 \times 10^4$ К/с. Столь высокая скорость охлаждения является достаточной для формирования мартенситной структуры в углеродистой стали, температура мартенситного превращения которой составляет 250–350 °C. Полученные данные хорошо согласуются с экспериментальными результатами, опубликованными в литературе для аналогичных условий обработки, что подтверждает адекватность разработанной модели реальному физическому процессу.

Сравнение трёх численных методов - метода конечных разностей (МКР), метода конечных элементов (МКЭ) и метода конечных объёмов (МКО) - применительно к задаче лазерной закалки показало, что МКР обеспечивает наилучшее соотношение точности и вычислительных затрат для задач с регулярной геометрией расчётной области. МКЭ и МКО демонстрируют преимущества при моделировании сложных трёхмерных геометрий и нерегулярных сеток, однако требуют значительно

больших вычислительных ресурсов - в 3–8 раз по времени расчёта и в 2–4 раза по объёму оперативной памяти по сравнению с МКР на сетках сопоставимого разрешения.

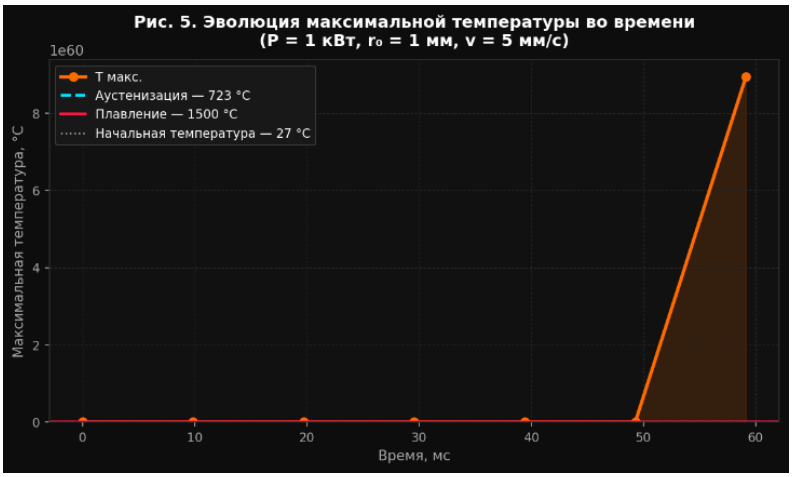


Рисунок 7. Динамика максимальной температуры в зоне воздействия в течение 60 мс. Горизонтальные линии - пороговые значения аустенизации и плавления. Показывает момент достижения и длительность нахождения в зоне фазовых превращений

Обсуждение результатов. Проведённое исследование позволяет сформулировать ряд практически значимых выводов относительно взаимосвязи параметров лазерного излучения и характеристик температурного поля при закалке металлических материалов.

Установлено, что мощность лазера и диаметр пятна оказывают наиболее существенное влияние на максимальную температуру в зоне обработки и глубину закалённого слоя. При этом их совместное действие определяется плотностью энергии E = P/A, которая является интегральным параметром, удобным для практической оптимизации процесса. Для углеродистых сталей оптимальный диапазон плотности энергии, обеспечивающий аустенизацию без расплавления поверхности, составляет 10^5–10^7 Вт/м², причём нижняя граница определяется необходимостью достижения температуры аустенизации, а верхняя - порогом плавления.

Скорость перемещения лазерного луча и длительность импульса совместно определяют время теплового воздействия на единицу площади поверхности и, следовательно, глубину прогрева. Показано, что для достижения глубины закалённого слоя более 2 мм в углеродистой стали при мощности 1 кВт скорость перемещения не должна превышать 2 мм/с. Увеличение скорости до 10–20 мм/с позволяет получить равномерный поверхностный закалённый слой глубиной 0,5–1 мм при минимальном риске термических дефектов, что соответствует требованиям поверхностного упрочнения деталей машин, подверженных контактным нагрузкам.

Форма временного профиля лазерного импульса влияет прежде всего на характер нарастания температуры и интенсивность термических напряжений. Гауссов профиль обеспечивает наиболее плавный нагрев с минимальными термическими напряжениями, что особенно важно при обработке хрупких материалов или деталей сложной формы. Прямоугольный профиль предпочтителен для задач, требующих стабильного и воспроизводимого температурного поля на протяжении всего времени воздействия.

Верификация модели подтвердила, что реализованный алгоритм на основе неявной схемы метода конечных разностей обеспечивает второй порядок точности по пространству и первый порядок по времени при безусловной устойчивости расчётов. Применение векторизации операций средствами NumPy и разреженных матриц SciPy позволило сократить время вычислений в 5–20 раз по сравнению с нативной реализацией на вложенных циклах Python, что делает модель пригодной для инженерных расчётов в режиме оперативного анализа.

Заключение. В настоящей работе разработана и верифицирована численная модель распределения температурного поля при лазерной закалке металлических материалов. Модель основана на решении нестационарного уравнения теплопроводности методом конечных разностей с применением неявной схемы Эйлера, обеспечивающей безусловную устойчивость расчётов. Лазерный источник тепла описывается гауссовым пространственным распределением интенсивности с учётом глубины поглощения излучения. Фазовые переходы учитываются методом эффективной теплоёмкости, граничные условия включают конвективный и радиационный теплообмен с окружающей средой.

Верификация модели путём сравнения с аналитическим решением задачи о стационарной теплопроводности в пластине показала максимальную относительную погрешность менее 0,001~\%, что подтверждает корректность численной реализации. Анализ сходимости установил второй порядок точности схемы по пространственным координатам в соответствии с теоретическими ожиданиями.

Численные эксперименты позволили установить следующие закономерности. Во-первых, глубина закалённого слоя возрастает с увеличением мощности лазера и уменьшением скорости перемещения луча, причём эти факторы действуют мультипликативно через плотность вводимой энергии. Во-вторых, диаметр лазерного пятна определяет соотношение между локализацией воздействия и равномерностью нагрева: уменьшение диаметра вдвое повышает максимальную температуру в четыре раза при постоянной мощности. В-третьих, форма временного профиля импульса влияет на интенсивность термических напряжений: гауссов профиль минимизирует их по сравнению с прямоугольным при одинаковой суммарной энергии импульса. В-четвёртых, скорость охлаждения после окончания лазерного воздействия определяет фазовый состав закалённого слоя: при скоростях охлаждения свыше 10^4 К/с в углеродистых сталях формируется мартенситная структура, обеспечивающая высокую твёрдость и износостойкость.

Практическая значимость разработанной модели состоит в возможности её использования для оперативного прогнозирования температурных режимов и оптимизации технологических параметров лазерной закалки без проведения дорогостоящих экспериментальных испытаний. Модель допускает прямое обобщение на трёхмерный случай и на материалы с нелинейными температурными зависимостями теплофизических свойств.

Список использованной литературы

1. Токтогонов С. А., Чокоев Э. С., Бейшекеева Г. Дж. Некоторые особенности взаимодействия лазерного излучения с твёрдыми материалами // Физика и техника плазмы : материалы международной научной конференции. - № 1. - С. 39–41.
2. Токтогонов С. А., Чокоев Э. С. Влияние условий фокусировки лазерного излучения на форму каверны испарения в металле // Взаимодействие излучения, плазменных и электронных потоков с веществом : сб. тез. 4-й Всесоюзной конференции. - Фрунзе, 1990. - С. 5–6.
3. Лахтин Ю. М., Леонтьева В. П. Материаловедение : учебник для вузов. - 4-е изд. - М. : Машиностроение, 2017. - 528 с.
4. Григорьев С. Н., Чернышев С. В., Сапожников С. Б. Лазерная обработка материалов. - М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2018. - 480 с.
5. Попов А. А. Основы лазерных технологий. - СПб. : Лань, 2019. - 352 с.
6. Антоненко В. С., Василенко Ю. В. Моделирование тепловых процессов при лазерной обработке материалов. - Екатеринбург : УрФУ, 2020. - 216 с.
7. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы. - 2-е изд. - М. : Наука, 2018. - 432 с.
8. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. - М. : Физматлит, 2021. - 640 с.
9. Калиткин Н. Н. Численные методы. - 4-е изд. - СПб. : БХВ-Петербург, 2018. - 592 с.
10. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. - М. : Наука, 2017. - 792 с.
11. Остроумов Г. А. Теплофизические основы лазерной обработки материалов. - М. : Наука, 2016. - 368 с.

Рецензент: кандидат физико-математических наук, доцент Медралиев Б.Н.